

9. Wärmelehre und die innere Energie eines Körpers

Rainer Hauser

Dezember 2010

1 Einleitung

1.1 Temperatur

Eine wichtige Messgrösse im Alltag ist die *Temperatur* ϑ , die man mit einem Thermometer in Grad Celsius misst. Bei einem Quecksilberthermometer steigt die Quecksilbersäule im Glasröhrchen, wenn es wärmer wird und sich das Quecksilber ausdehnt. Dadurch, dass bei einem Luftdruck von 1 bar Eis bei $\vartheta = 0^\circ\text{C}$ schmilzt und Wasser bei $\vartheta = 100^\circ\text{C}$ kocht, ist das Celsiusmass eindeutig festgelegt.

1.2 Wärme

Unter *Wärme* Q versteht man in der Physik die Energie, die zwischen unterschiedlich warmen Körpern ausgetauscht wird. Die Wärme ist somit eine Bilanzgrösse, die angibt, was ein Körper abgibt oder aufnimmt, nicht aber, was er hat. Weil Wärme eine Form von Energie ist, wird sie in Joule gemessen. Die vom einen Körper abgegebene Energie hat negatives, und die vom anderen Körper aufgenommene Energie hat positives Vorzeichen. Wärme geht von alleine immer vom wärmeren zum kälteren Körper.

1.3 Innere Energie

Ein Körper hat *innere Energie* U , die bei Zufuhr von Wärme zu- und beim Abfluss von Wärme abnimmt, und die deshalb ebenfalls in Joule gemessen wird. Weil die Wärme eine Änderung der inneren Energie bewirkt, gilt $\Delta U = Q$. Die innere Energie eines Körpers ist unabhängig von der mechanischen Energie des Körpers, also seiner Lage und Geschwindigkeit.

2 Das Teilchenmodell der Materie

2.1 Atome und Moleküle

Eine Strecke in der Euklid'schen Geometrie kann beliebig oft halbiert werden, ohne dass man an eine Grenze kommt. Sie ist also ein Kontinuum wie die reellen Zahlen in der Mathematik. Materie verhält sich anders, denn man stösst irgendwann auf kleinste Teilchen, die sich nicht weiter teilen lassen. Nicht alle Eigenschaften, die John Dalton den *Atome* genannten kleinsten Teilchen zugeschrieben hat, haben sich als richtig herausgestellt, aber sie genügen als vorläufiges Modell für die Wärmelehre:

- Atome sind nicht teilbar und sind somit die fundamentalsten Bausteine der Materie.
- Atome verschwinden nicht, entstehen nicht und sehen immer gleich aus.
- Alle Atome eines chemischen Elements sind ununterscheidbar.
- Atome verschiedener Elemente unterscheiden sich in ihrer Atommasse.
- Atome können sich zu Molekülen verbinden.

Statt von Atomen beziehungsweise Molekülen spricht man oft einfach von Teilchen.

Um die ungefähre Grösse eines Teilchens abzuschätzen, kann man einen kleinen Tropfen dünnflüssiges Öl in ein Wasserbecken geben, sodass sich der Öltropfen zu einem Ölteppich ausbreitet. Nimmt man an, dass der Ölteppich eine Molekülschicht dick ist, so kann man aus dem Volumen des Tropfens und der Fläche des Ölteppichs den Durchmesser eines Moleküls bestimmen und bekommt etwa 10^{-10} m. Aus dem Volumen des Öltropfens, dem Volumen eines einzelnen Teilchens und der Dichte des Öls kann man weiter die Masse eines Teilchens abschätzen. Für die Masse eines Ölmoleküls bekommt man etwa 10^{-26} kg. In einem Gramm Materie hat es also etwa 10^{23} Teilchen.

2.2 SI-Einheit für eine Stoffmenge

Um nicht immer in riesigen Zahlen rechnen zu müssen, wenn man von einer Stoffmenge spricht, benutzt man in der Physik und Chemie – ähnlich wie das Duzend in der Landwirtschaft – das *Mol* mit der Einheit mol. Weil $6.02 \cdot 10^{23}$ Wasserstoffatome 1 g wiegen, wird die *Stoffmenge* n durch

$$N = n \cdot N_A \qquad N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \qquad (1)$$

festgelegt, wobei N die Anzahl Teilchen und N_A die *Avogadro-Konstante* ist. Die Einheit mol ist eine SI-Einheit.

2.3 Elektrische potenzielle Energie

Zwischen den Atomen und Molekülen wirken anziehende Kräfte, die mit dem Abstand schnell abnehmen. Bei grossen Abständen sind diese Kräfte deshalb praktisch vernachlässigbar klein. Bei kleinen Abständen sorgen diese Kräfte aber dafür, dass der Ölteppich bei der Abschätzung des Durchmessers eines Teilchens zusammenhält und nicht in Ölmoleküle zerfällt, die einzeln auf dem Wasser schwimmen.

Die gegenseitige Anziehung der Teilchen hat zur Folge, dass die Teilchen, aus denen ein Körper besteht, elektrische potenzielle Energie haben, die zur inneren Energie eines Körpers beitragen. Das ist ein Teil der inneren Energie eines Körpers.

2.4 Kinetische Wärmelehre

Pollen, die man in Wasser unter einem Mikroskop betrachtet, zeigen eine ungeordnete, *Brown'sche Bewegung* genannte Zitterbewegung, die man damit erklärt, dass die Wassermoleküle in ständiger Bewegung sind und die Pollen von allen Seiten schubsen. Nicht nur Wassermoleküle sind immer in Bewegung, sondern alle Teilchen, aus denen Materie besteht. Wegen dieser *thermischen Bewegung* haben die Teilchen auch kinetische Energie, die ebenfalls zur inneren Energie eines Körpers beiträgt.

Die Stärke der thermischen Bewegung hängt von der Temperatur ab, denn je höher die Temperatur ist, desto stärker bewegen sich die Teilchen. Die Geschwindigkeiten sind beachtlich, bewegt sich doch ein Wasserstoffmolekül bei Zimmertemperatur in der Luft im Durchschnitt mit mehr als $1000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Die Temperatur $\vartheta = -273.15^\circ\text{C}$ entspricht dem Zustand der Ruhe, in dem sich die Teilchen nicht mehr bewegen. Man nennt diese Temperatur deshalb den *absoluten Nullpunkt*, weil das die kleinste Temperatur ist, die möglich ist. Verschiebt man die Messskala für Temperaturen so, dass 0 dem absoluten Nullpunkt entspricht, so misst man die Temperatur T in der Einheit Kelvin, die auch eine SI-Einheit ist. Es gilt also $T = \vartheta + 273.15 \text{ K}$ und $\vartheta = T - 273.15^\circ\text{C}$ für den Zusammenhang zwischen Temperaturmessungen in den beiden Einheiten Kelvin und Grad Celsius.

2.5 Aggregatzustände

Die *Aggregatzustände* haben etwas mit den Abständen und Kräften zwischen den Teilchen zu tun.



Materie im Alltag kann (von links nach rechts in der Abbildung) fest, flüssig oder gasförmig sein. Die Aggregatzustände unterscheiden sich in Bezug auf Verformbarkeit und Komprimierbarkeit:

- Feste Körper lassen sich nicht komprimieren und kaum deformieren. Die Abstände zwischen den Teilchen sind minimal, weil die Kräfte sie in eine feste Struktur zwingen. Weil die Teilchen ständig zusammenstossen, bewegen sie sich nur an Ort. Man spricht von der *Vibration* der Atome.
- Im flüssigen Zustand lassen sich Körper immer noch nicht komprimieren, aber sie sind leicht verformbar. Die Abstände zwischen den Teilchen sind fast minimal, aber die Kräfte sind so klein, dass die Struktur nicht mehr fest ist und sich die Teilchen gegeneinander verschieben können. Wenn sie kollidieren, kann sich ihr Ort ändern, sodass sich zwei Flüssigkeiten langsam durchmischen. Man spricht von der langsamen *Diffusion* der Atome.
- Gase können leicht komprimiert und verformt werden, weil die Abstände zwischen den Teilchen gross sind, während die Kräfte zwischen ihnen sie kaum noch beeinflussen. Die Teilchen haben grosse Bewegungsfreiheit, sodass sie weiter kommen, bevor sie kollidieren, und sich verschiedene Gase schnell durchmischen. Man spricht von der schnellen *Diffusion* der Atome.

Mit zunehmender thermischer Bewegung überwinden die Teilchen also zuerst die geordnete Struktur der festen Körper und schliesslich auch den Zusammenhalt des flüssigen Zustandes. So wird Eis erst zu Wasser und später zu Dampf. In einem Aggregatzustand haben die Teilchen eines Körpers stark unterschiedliche Geschwindigkeiten. Hat ein Teilchen überdurchschnittliche Geschwindigkeit und bewegt es sich auf den Rand des Körpers zu, kann es passieren, dass es schnell genug ist, um den Körper zu verlassen. Das geschieht beim Verdunsten. Weil auf diese Weise nur die überdurchschnittlich schnellen Teilchen den Körper verlassen können, sinkt die durchschnittliche Geschwindigkeit im Körper ab, was zu einer Abkühlung führt. Der Schweiß auf der Haut hilft so, die Körpertemperatur zu regulieren.

2.6 Thermische Expansion und Kontraktion

Je stärker sich die Teilchen bewegen, desto mehr Platz brauchen sie auch. Deshalb überrascht es nicht, dass sich Körper bei Zunahme der Temperatur ausdehnen und sich bei Abnahme der Temperatur zusammenziehen. (Das Quecksilberthermometer basiert darauf.) Diese Ausdehnung ist bei verschiedenen Materialien verschieden, hängt aber bei vielen Stoffen linear von der Temperatur ab. Wasser ist eine Ausnahme, denn seine Ausdehnung ist nicht linear, und es erreicht seine grösste Dichte bei 4°C.

Ist die Abhängigkeit zwischen Temperaturänderung und Ausdehnung linear, so lässt sich die Expansion je nach Aggregatzustand als Änderung der Länge l durch den Längenausdehnungskoeffizienten α oder als Änderung des Volumens V durch den Volumenausdehnungskoeffizienten γ mittels

$$\Delta l = \alpha \cdot \Delta \vartheta \cdot l \qquad \Delta V = \gamma \cdot \Delta \vartheta \cdot V$$

ausdrücken, wobei Δl und ΔV die Längen- beziehungsweise Volumenänderung und $\Delta \vartheta$ die Temperaturänderung (in Grad Celsius oder in Kelvin) ist. Eisen hat einen Längenausdehnungskoeffizienten $\alpha = 11 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Benzin hat einen Volumenausdehnungskoeffizienten $\gamma = 950 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, während für Quecksilber $\gamma = 182 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ und für Eisen $\gamma = 36 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ gilt. Näherungsweise ist $\gamma \approx 3 \cdot \alpha$.

3 Das Modell des idealen Gases

3.1 Eigenschaften des idealen Gases

Je stärker die thermische Bewegung ist und je schneller sich die Teilchen eines Körpers somit bewegen, umso höher ist die Temperatur. Um diesen Zusammenhang besser zu verstehen und in eine quantitativ ausdrückbare Form zu bringen, hat man das ideale Gas als ein zwar stark vereinfachtes, aber sehr erfolgreiches Modell der wirklichen Gase entwickelt. Es erlaubt, das Gas auf mikroskopischer Ebene statistisch zu beschreiben, indem man folgende vereinfachenden Annahmen trifft:

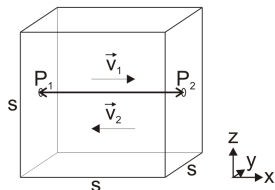
- Die Gasteilchen sind klein im Vergleich zum Abstand zwischen ihnen und können als Massenpunkte betrachtet werden.
- Kollidiert ein Gasteilchen mit einem anderen Gasteilchen oder mit der Gefässwand, so wird es elastisch reflektiert.
- Ausser bei Kollisionen wirken keine Kräfte auf die Gasteilchen.
- Die Bewegung der Gasteilchen ist völlig ungeordnet.

3.2 Kinetische Gastheorie

Gase üben auf die Behälterwand einen Druck aus. Die kinetische Gastheorie, die auf der thermischen Bewegung der Teilchen basiert, besagt, dass man die ständigen Kollisionen von Gasteilchen mit der Gefässwand makroskopisch als konstanten Druck wahrnimmt. Pollen sind nicht gross genug, dass sich die unzähligen Kollisionen statistisch mitteln, sodass die unregelmässige Brown'sche Bewegung entsteht, während die Gefässwand gross genug ist, sodass die Kollisionen als gleichmässiger Druck wirken.

3.3 Das Gesetz des idealen Gases und der experimentelle Befund

Ein Gasteilchen bewege sich parallel zur x-Achse im nebenstehend abgebildeten Gefäss von P_1 mit $\vec{v}_1 = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nach P_2 , wo es elastisch reflektiert wird, und mit $\vec{v}_2 = -300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ zurück nach P_1 .



Wegen $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ gilt somit für den Betrag der Geschwindigkeitsänderung $\Delta v = 2v$ und für die Flugzeit des Teilchens zwischen zwei Stössen bei P_1 an der Gefässwand $\Delta t = \frac{2s}{v}$.

Das Gasteilchen übt eine Kraft auf die Gefässwand aus, und die Gefässwand übt eine Kraft auf das Gasteilchen aus, die beide den gleichen Betrag $F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{2v}{\Delta t}$ haben (Actio gleich Reactio). Die Dauer des Stosses bei P_2 ist sehr kurz, und anschliessend wirken während der Zeitdauer $\frac{2s}{v}$ keine Kräfte mehr. Weil man nur an der statistischen Verteilung interessiert ist, verteilt man die Interaktion auf die ganze Zeitdauer $\Delta t = \frac{2s}{v}$, sodass $F = m \frac{2v}{\Delta t} = m \frac{v^2}{s}$ die mittlere Kraft auf die Gefässwand bei P_1 ist. Der mittlere Druck auf die linke Gefässwand ist somit $p = \frac{F}{A} = \frac{F}{s^2} = \frac{mv^2}{s^3} = \frac{mv^2}{V}$ mit $V = s^3$.

Es seien jetzt nicht nur ein Gasteilchen, sondern N Gasteilchen im Gefäss, die sich je zu einem Drittel parallel zur x-, y- und z-Richtung bewegen. Dann ist der Druck $p = \frac{N}{3} m \frac{v^2}{V}$, und es gelten die Beziehungen

$$p \cdot V = \frac{1}{3} \cdot N \cdot m \cdot v^2 = \frac{2}{3} \cdot N \cdot E_k \quad (2)$$

mit $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Das ist das *Gesetz des idealen Gases*, das besagt, dass der Gasdruck proportional abhängt von der Anzahl Teilchen, der Masse eines Teilchens und der Geschwindigkeit, die doppelt auftritt, weil bei schnelleren Teilchen einerseits die Stösse stärker werden, es aber auch zu mehr Stössen kommt.

Experimentell findet man mit der *universellen Gaskonstante* $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ beziehungsweise mit der *Boltzmann-Konstante* $k = R/N_A = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ und (1) die Beziehungen

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = N \cdot k \cdot T \quad (3)$$

für die Temperatur T und die Stoffmenge n beziehungsweise die Anzahl Teilchen N .

3.4 Zusammenhang zwischen kinetischer Energie und Temperatur

Vergleicht man die rechten Seiten von (2) und (3), so folgt $\frac{2}{3} \cdot N \cdot E_k = N \cdot k \cdot T$, in der sich N herauskürzt. Es bleibt die Beziehung

$$E_k = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T \quad (4)$$

zwischen der makroskopischen Grösse Temperatur T und der mikroskopischen Grösse der mittleren kinetischen Energie E_k der Gasteilchen. Diese Beziehung gilt nicht nur für Gase, sondern auch für feste und flüssige Körper, sodass die absolute Temperatur eines Körpers immer proportional zur mittleren kinetischen Energie seiner Teilchen ist.

Die innere Energie eines Körpers besteht aus der kinetischen Energie der ungeordneten thermischen Bewegung der Teilchen und aus der elektrischen potenziellen Energie auf Grund ihrer gegenseitigen Anziehungskraft. Auf atomarer Ebene lässt sich die innere Energie der Wärmelehre somit auf die beiden Grundformen der Energie zurückführen, die schon in der Mechanik aufgetreten sind.