

21. Elektrostatik und der Ursprung des Phänomens Magnetismus

Rainer Hauser

März 2012

1 Einleitung

1.1 Protonen und Elektronen

Es gibt zwei verschiedene Arten von *elektrische Ladungen*. Die eine nennt man positiv und die andere negativ. Die in der Natur gemessenen elektrischen Ladungen sind immer ein Vielfaches der Elementarladung $e = 1.60219 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. *Protonen* haben die positive Ladung $Q_{\text{Proton}} = e$, und *Elektronen* haben die negative Ladung $Q_{\text{Elektron}} = -e$.

Die elektrische Ladung eines Körpers setzt sich aus den Ladungen seiner Protonen und Elektronen zusammen. Ein $^{12}_6\text{C}$ -Atom beispielsweise trägt die Ladung $Q = 6 \cdot (+e) + 6 \cdot (-e) = 0$, während ein $^{12}_6\text{C}$ -Ion die Ladung $Q = 6 \cdot (+e) + 4 \cdot (-e) = 2 \cdot (+e)$ hat und positiv geladen ist, weil zwei Elektronen fehlen.

1.2 Elektrodynamik

Ein elektrischer Strom entsteht, wenn elektrische Ladungen bewegt werden. Leistet eine Spannungsquelle so Arbeit an den freien Elektronen in einem elektrischen Leiter, dass sich die Elektronen in einer Richtung bewegen, so fließt ein elektrischer Strom. Bewegen sich Ladungen, spricht man von *Elektrodynamik*, während statische elektrische Anordnungen von der *Elektrostatik* behandelt werden.

2 Elektrische Kraft

2.1 Elektrische Phänomene

Elektrisch gleich geladene Körper stoßen sich ab, und elektrisch verschieden geladene Körper ziehen sich an. Zwei Protonen stoßen sich somit ab, und es braucht deshalb eine andere Kraft, welche die Protonen in einem Atomkern zusammenhält. Das ist die so genannte starke Wechselwirkung. Auch zwei Elektronen stoßen sich ab, während sich ein Elektron und ein Proton anziehen. Neutronen sind hingegen elektrisch neutral, und es wirken keine elektrischen Kräfte zwischen ihnen und den Elektronen oder Protonen.

Die Gegenstände in unserem Alltag sind meist elektrisch neutral. Reibt man jedoch einen Bernstein mit einem Wolltuch, so werden Elektronen vom Wolltuch auf den Bernstein übertragen. Denselben Effekt sieht man, wenn man einen synthetischen Pullover auszieht, sodass einem die Haare zu Berge stehen. Nach einer solchen *Elektronenübertragung* ist der eine Körper negativ und der andere Körper positiv geladen, und zwischen ihnen wirkt eine anziehende Kraft. Bei Leitern verteilen sich die überschüssigen Elektronen auf der ganzen Oberfläche, während sie bei Isolatoren dort auf der Oberfläche bleiben, wo sie übertragen worden sind. Nähert man sich beispielsweise mit einem negativ geladenen Ballon einer Wand, so bewegen sich dessen Elektronen abhängig vom Material der Wand möglichst weit weg vom Ballon. Diesen Effekt nennt man bei Leitern *Influenz* und bei Isolatoren *Polarisation*.

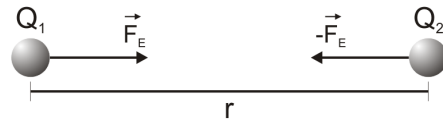
Bringt man zwei verschieden geladene Körper nahe zusammen, können Funken überspringen. In einem grösseren Massstab passiert dasselbe bei einem Gewitter, wenn sich solche Ladungsunterschiede zwischen Gewitterwolken und Boden durch Blitze entladen.

2.2 Das Coulomb'sche Gesetz

Experimentiert man mit geladenen Körpern und untersucht die Anziehung oder Abstossung, die zwischen ihnen wirkt, sieht man, dass die elektrische Kraft nur von den beiden Ladungen und ihrem Abstand abhängt. Die elektrische Kraft nimmt mit dem Quadrat des Abstandes ab.

Die elektrische Kraft zwischen zwei Körpern mit den Ladungen Q_1 , Q_2 und dem Abstand r ist gemäss dem *Coulomb'schen Gesetz*

$$F_E = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (1)$$



wobei im Vakuum $k = 9.0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ gilt. (Die obige Abbildung zeigt nur den Fall der Anziehung.) Das Coulomb'sche Gesetz hat grosse Ähnlichkeit mit dem Newton'schen Gravitationsgesetz, es gibt aber drei wesentliche Unterschiede. Die Gravitationskraft ist erstens immer anziehend, während die elektrische Kraft abstossend ist, wenn die beiden Ladungen das gleiche Vorzeichen haben. Die Gravitation wirkt zweitens auf alle Materie, während die elektrische Kraft nur auf Materie mit einer elektrischen Ladung wirkt. Die Gravitationskonstante ist drittens eine Naturkonstante, während die Grösse k vom Material abhängt, das die Ladungen umgibt.

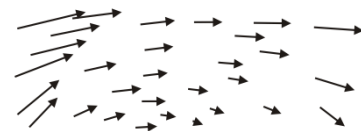
Beispiele:

Zwei Ladungen von $+1 \text{ C}$ im Abstand 1 m stossen sich gegenseitig mit einer Kraft $F_E = 9 \cdot 10^9 \text{ N}$ ab. Das Elektron in der Hülle eines Wasserstoffatoms und das Proton in dessen Kern haben einen Abstand von etwa 10^{-10} m , und es gilt somit $F_E \approx -2.6 \cdot 10^{-8} \text{ N}$. (Das negative Vorzeichen bedeutet Anziehung.)

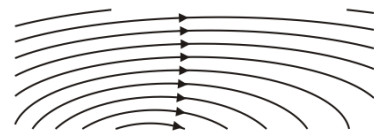
3 Elektrisches Feld

3.1 Kraftfeld

Eine ortsabhängige Kraft im Raum kann man dadurch untersuchen und anschliessend beschreiben, dass man mit einem kleinen Probekörper für jeden Punkt im Raum misst, welche Kraft an diesem Ort herrscht. Die entsprechenden Kraftvektoren kann man im Raum aufzeichnen wie in der nebenstehenden Abbildung für eine fiktive Kraft gezeigt. Die Kraft lässt sich natürlich nicht effektiv für jeden Punkt im Raum messen, aber unter der Annahme, dass die Kraft in nahe beieinanderliegenden Punkten im Raum näherungsweise gleich ist, genügt es, die Kraft an endlich vielen Punkten zu messen. So wird jedem Punkt im Raum ein Vektor zugeordnet, und man nennt dies ein *Kraftfeld*. (Mathematisch ist das ein so genanntes Vektorfeld.) Weil die Kraft, die an einer Stelle im Raum wirkt, mit der Zeit ändern kann, können Kraftfelder zeitabhängig sein. In der Elektrostatik werden aber nur zeitunabhängige, also statische Kraftfelder betrachtet.



Zur Messung der Kräfte im Kraftfeld hält man den Probekörper an der Stelle im Raum fest, an der die Kraft gemessen werden soll. Lässt man den Probekörper jedoch los, so bewegt er sich im Kraftfeld gemäss den Gesetzen der Mechanik und wird durch die jeweils an seinem momentanen Ort wirkende Kraft beschleunigt. Ist man nicht an der Stärke des Kraftfeldes, aber an den verschiedenen möglichen Flugbahnen eines Probekörpers im Kraftfeld interessiert, zeichnet man wie in der nebenstehenden Abbildung für das fiktive Kraftfeld in der obigen Abbildung gezeigt die so genannten *Feldlinien*. Lässt man den Probekörper an irgendeiner Stelle auf einer dieser Feldlinien los, so bleibt er auf ihr und bewegt sich in Pfeilrichtung.



Der Änderung des Blickwinkels von der Kraft als etwas, das zwischen zwei Körpern wirkt, zum Kraftfeld, das von einem Körper ausgeht und auf Probekörper im Raum wirkt, scheint ein harmloser Schritt, hatte aber enorme Auswirkungen auf die Entwicklung der Physik. Wirkte die Gravitation bei Newton noch als so genannte Fernwirkung direkt beispielsweise von der Sonne auf die Erde, so ist das Gravitationsfeld der Sonne eine physikalische Entität, die den Raum füllt.

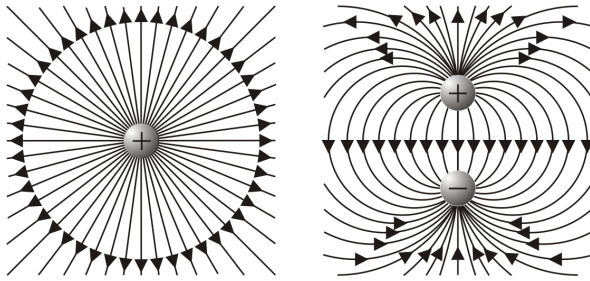
3.2 Elektrische Feldstärke

Auch die elektrische Kraft, die von einem elektrisch geladenen Körper ausgeht, kann als Kraftfeld betrachtet werden. Den geladenen Körper nennt man *felderzeugende Ladung*, und das Feld heisst *elektrisches Feld*. Der Probekörper, mit dem man das elektrische Feld bestimmt, wir Probeladung genannt. Analog zum Massenpunkt in der Mechanik stellt man sich die Probeladung als Punktladung vor. Zudem sollte sie klein sein im Vergleich zur felderzeugenden Ladung, damit ihr Einfluss auf das Feld vernachlässigt werden kann.

Weil die elektrische Kraft gemäss (1) proportional zur Probeladung Q_P ist, können wir die elektrische Kraft F_E durch die Probeladung Q_P teilen und bekommen die vektorielle Grösse

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{Q_P} \quad (2)$$

die *elektrische Feldstärke* heisst und die Einheit $N C^{-1}$ hat. In einem elektrischen Feld mit der Feldstärke \vec{E} wirkt die Kraft $\vec{F}_E = Q \cdot \vec{E}$ auf eine Punktladung Q .



Eine positive kugelförmige Ladung Q_F wirkt auf eine positiv geladene Probeladung Q_P abstossend mit der Kraft $F_E = k \cdot \frac{Q_F \cdot Q_P}{r^2}$ gemäss (1), sodass die elektrische Feldstärke wegen (2) $E = k \cdot \frac{Q_F}{r^2}$ ist. Die Richtung der elektrischen Kraft ist in diesem Fall immer radial weg von der felderzeugenden Ladung wie links in der nebenstehenden Abbildung gezeigt, was zu einer sternförmigen Anordnung der Feldlinien führt. Eine positive kugelförmige Ladung Q_F und eine negative kugelförmige Ladung $-Q_F$ hingegen zeigen ein komplizierteres Muster

von Feldlinien wie rechts in der nebenstehenden Abbildung gezeigt. Allgemein gilt für die Feldlinien von elektrischen Feldern, die von Ladungen erzeugt werden, dass sie erstens immer von positiven Ladungen ausgehen und zu negativen Ladungen führen, falls positive beziehungsweise negative Ladungen überhaupt vorhanden sind, dass sie zweitens stets senkrecht auf Leiteroberflächen stehen, und dass sie drittens einander nie schneiden.

3.3 Satz von Gauss

Der elektrische Fluss Ψ durch eine Hüllfläche mit Oberflächeninhalt A , also eine geschlossene Fläche, welche die gesamte felderzeugende Ladung Q umschliesst, ist $\Psi = Q$. Wenn die Feldstärke \vec{E} überall senkrecht auf der Hüllfläche steht und überall auf der Hüllfläche den gleichen Betrag hat, so gilt

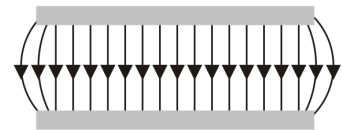
$$\Psi = \varepsilon \cdot E \cdot A \quad (3)$$

mit der elektrischen Feldkonstante $\varepsilon = \frac{1}{4\pi k} = 8.85 \cdot 10^{-12} N^{-1} m^{-2} C^2$ im Vakuum.

Beispiel:

Für eine felderzeugende Punktladung Q_F im Zentrum einer Kugel als Hüllfläche lässt sich der Satz von Gauss leicht herleiten. Mit $A = 4\pi r^2$ und $E = \frac{F_E}{Q_P} = k \frac{Q_F}{r^2}$ ist $\varepsilon \cdot E \cdot A = Q$ für $\varepsilon = \frac{1}{4\pi k}$.

Dank seiner Allgemeingültigkeit lassen sich mit dem Satz von Gauss (3) zahlreiche Felder in der Elektrostatik bestimmen. Eine geladene Hohlkugel beispielsweise erzeugt im Äusseren das gleiche elektrische Feld wie eine gleich stark geladene Punktladung im Zentrum der Hohlkugel, während im Innern das Feld null ist. Oder im Innern zwischen den Platten eines idealen geladenen Plattenkondensators ist das Feld homogen, ist die elektrische Feldstärke also konstant und die Feldlinien verlaufen parallel,



während es im Äusseren null ist. Wirkliche Plattenkondensatoren sind nicht ganz ideal, wie die nebenstehende Abbildung zeigt. Im Bereich des Randes links und rechts ist das Feld nicht mehr homogen. Sonst sind aber die Feldlinien die kürzesten Verbindungen zwischen Punkten der parallelen Kondensatorplatten.

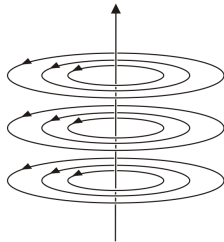
4 Magnetisches Feld

4.1 Magnetische Phänomene

Elektrische Ströme beeinflussen magnetische Kompassnadeln, wie der dänische Physiker Hans Oersted im Jahr 1819 entdeckte. Vorher hatte man die Elektrizität und den Magnetismus als völlig verschiedene Gebiete der Physik betrachtet. Es hat sich aber gezeigt, dass Elektrodynamik und Magnetismus eng miteinander verwandt sind.

Nur wenige Materialien wie etwa der eisenhaltige Magnetit sind von Natur aus magnetisch. Andere Metalle können künstlich magnetisiert werden. Jeder Magnet besitzt einen Nord- und einen Südpol. Diese magnetischen Pole befinden sich bei Stabmagneten an den beiden Enden. Schneidet man Stabmagnete in zwei Stücke, so haben beide wieder einen Nord- und einen Südpol. Bringt man zwei Magnete zusammen, so stoßen sich die gleichen Pole ab, während sich die verschiedenen Pole anziehen. Unmagnetisches Eisen wird von Magneten angezogen und dabei wenigstens temporär magnetisiert. Es gibt also eine magnetische Kraft und somit auch ein magnetisches Feld.

4.2 Elektromagnetismus



Wie Oersted gezeigt hat, wirkt ein elektrischer Strom als Magnet. Solche so genannte *Elektromagneten* lassen sich im Gegensatz zu den Stabmagneten aus Eisen ein- und ausschalten. Kompassnadeln richten sich in einem Magnetfeld tangential zu den Feldlinien aus und eignen sich deshalb, um Magnetfelder zu untersuchen.

Die nebenstehende Abbildung zeigt die magnetischen Feldlinien eines Stroms, der von unten nach oben fließt. Die Pfeilrichtung der Feldlinien zeigen in die Richtung, in die der Nordpol einer Kompassnadel an dieser Stelle zeigen würde. Fließt ein Strom im Kreis, so entsteht ein so genanntes Dipolmagnetfeld wie bei einem Stabmagneten. Mit einer stromdurchflossenen Spule kann man ein- und ausschaltbare Stabmagneten produzieren.

Die geladenen Elektronen umkreisen in der Atomhülle den Atomkern und bilden so atomare Kreisströme, welche ein winziges Dipolmagnetfeld erzeugen. In einem normalen Stück Eisen sind sie ungeordnet. Sind sie jedoch so angeordnet, sodass alle in die gleiche Richtung zeigen, ist das Stück Eisen ein Magnet.

4.3 Lorentzkraft

Die magnetische Feldstärke \vec{B} wird in Tesla mit $1 \text{ T} = 1 \text{ N s C}^{-1} \text{ m}^{-1}$ gemessen. Seine Stärke bezeichnet man als *magnetische Flussdichte*. Bewegt sich eine elektrische Ladung Q mit einer Geschwindigkeit \vec{v} durch ein Magnetfeld \vec{B} , so wirkt die *Lorentzkraft*

$$\vec{F}_L = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (4)$$

darauf und lenkt sie von ihrer Flugbahn ab. Ist die Ladung positiv und fliegt sie senkrecht zu den magnetischen Feldlinien, so bilden Flugrichtung, Magnetfeldlinie und Lorentzkraft ein Rechtssystem.

Weil durch eine Spannungsquelle bewegte Ladungen in einem Metalldraht einen elektrischen Strom bilden, kann man berechnen, welche Kraft auf einen stromdurchflossenen Draht in einem Magnetfeld aus (4) folgt. Fließt beispielsweise ein Strom von 1 A in einem Draht, der rechtwinklig zu den Feldlinien eines homogenen Magnetfeldes von 0.1 T gehalten wird, so ist $F = I \cdot s \cdot B = 1 \text{ A} \cdot 0.01 \text{ m} \cdot 0.1 \text{ T} = 1 \text{ mN}$ die Kraft, die auf einen Zentimeter Draht wirkt, weil $Q \cdot v = Q \cdot \frac{s}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t} \cdot s = I \cdot s$ gilt.