

# Symmetrien in der Ebene - Übersicht

## Kongruenz-Abbildungen und Symmetrien

Definition: Eine Abbildung ist eine Vorschrift, die jedem Punkt  $P$  einer Figur eindeutig einen Bildpunkt  $P'$  einer Bildfigur zuordnet.

Definition: Die Verschiebung, die Drehung und die Spiegelung sowie Kombinationen davon werden Kongruenz-Abbildungen genannt. Zwei Figuren heissen kongruent, wenn sich die eine durch beliebiges Anwenden der Kongruenz-Abbildungen in die andere überführen lässt.

Die Kongruenz-Abbildungen bilden

- Geraden auf Geraden
  - Kreise auf Kreise mit gleichem Radius
  - Strecken auf Strecken mit gleicher Länge
  - Winkel auf gleich grosse Winkel
- ab.

Bei der Drehung und der Verschiebung bleibt die Orientierung erhalten, während sie sich bei der Spiegelung ändert. Ein Dreieck  $ABC$ , dessen Ecken im Gegenuhrzeigersinn beschrifteten sind, geht somit bei einer Verschiebung oder Drehung in ein Dreieck  $A'B'C'$  über, dessen Ecken ebenfalls im Gegenuhrzeigersinn beschriftet sind, während es bei einer Spiegelung in ein Dreieck  $A'B'C'$  übergeht, dessen Ecken im Uhrzeigersinn beschriftet sind.

Definition: Eine Figur heisst symmetrisch, wenn sie durch eine der drei Kongruenzabbildungen in sich selber übergeht.

Figuren mit einer endlichen Ausdehnung können nur durch Drehung oder Spiegelung, nicht aber durch Verschiebung in sich selber übergehen. Symmetrie durch Spiegelung heisst Achsensymmetrie. Symmetrie durch Drehung heisst Drehsymmetrie. Drehsymmetrie um den Winkel  $180^\circ$  heisst auch Punktsymmetrie.

Die Spiegelsymmetrie hat eine Spiegelachse, und die Drehsymmetrie hat ein Drehzentrum.